

1η Σειρά

1 η Άσκηση

1.4.15 από βιβλίο Παπαδημητρίου

2 η Άσκηση

Εστω συναρτήσεις από το σύνολο των φυσικών N στο N . Υπενθυμίζουμε πως $O(f(n))$ είναι οι συναρτήσεις $g(n)$ για τις οποίες ισχύει πως υπάρχει σταθερά $c > 0$ και ένας αριθμός n_0 έτσι ώστε για όλα τα $n \geq n_0$ ισχύει $g(n) \leq cf(n)$. Συμβολίζουμε με $2^{O(f(n))}$ την κλάση συναρτήσεων $h(n)$ έτσι ώστε υπάρχει συνάρτηση $g(n)$ που ανήκει στο $O(f(n))$ έτσι ώστε $h(n) \leq 2^{g(n)}$ για όλα τα n . Όμοια ισχύουν και με άλλη βάση π.χ. το 3. Ο συμβολισμός $\cup_c c^{f(n)}$ χρησιμοποιείται μερικές φορές για το σύνολο των συναρτήσεων $h(n)$ για τις οποίες υπάρχει σταθερά $c > 1$ έτσι ώστε $h(n) = O(c^{g(n)})$.

1. Δείξτε πως ισχύει $2^{O(n)} = 3^{O(n)} = \cup_c c^n$
2. Ποιό σύνολο συναρτήσεων είναι το $2^{O(\log n)}$;

3 η Άσκηση

Σχεδιάστε μια μηχανή Turing M γραμμικού χρόνου, που προσθέτει δύο δυαδικούς αριθμούς. Συγκεκριμένα, η M σας πρέπει να έχει μια ταινία εισαγωγής, μια ταινία εξόδου και έναν οποιοδήποτε αριθμό ταινιών εργασίας. Αρχικά η ταινία εισαγωγής περιέχει ένα string εισόδου $a\#b$, όπου τα a, b είναι μη κενά (μη μηδενικοί, που αντιπροσωπεύουν τους δύο αριθμούς), από το σημαντικότερο στο λιγότερο σημαντικό bit (επιτρέπονται να έχουν στην αρχή μηδενικά) κατά συνέπεια το αλφάβητο εισαγωγής είναι $\Sigma = \{0, 1, \#\}$. Στο τέλος του υπολογισμού, η M πρέπει να σταματήσει δίνοντας έναν δυαδικό αριθμό c στην ταινία εξόδου αντιπροσωπεύει το $a + b$ (από το σημαντικότερο στο λιγότερο σημαντικό bit). Εάν το string που εισάγουμε δεν είναι έγκυρο η M πρέπει να τυπώσει $\#$ στην ταινία εξόδου του.

1. Περιγράψτε σε ψευδογλώσσα πως δουλεύει η M . Ποια είναι η (ασυμπτωτική) χωρική πολυπλοκότητα της M σας;

2. Δώστε μια πλήρη λεπτομερή περιγραφή, δηλ. το σύνολο καταστάσεων της M , το αλφάβητο και τη συνάρτηση μετάβαση, π.χ. μέσω ενός πίνακα μετάβασης. (Αυτό θα είναι το μόνο πρόβλημα όπου καλείστε να δώσετε έναν λεπτομερή καθορισμό της M .) Δεν είναι απαραίτητο να αποδείξετε την ακρίβεια της κατασκευής σας, περιλάβετε μια συνοπτική εξήγηση για το πώς οι καταστάσεις αντιστοιχούν στην περιγραφή στο προηγούμενο μέρος.

4 η Ασκήση

2.8.11 από βιβλίο Παπαδημητρίου

5 η Ασκήση

3.4.1 από βιβλίο Παπαδημητρίου

Ημερ. Παράδοσης: 7 Απριλίου 2005